"Business Statistics" (102)
B.Com I year

Unit I :—

भारतीय सांख्यिकी का विकास (Evolution of Indian Statistics)
वर्तमान युग मे सांख्यिकी का व्यवहार अर्थशास्त्र, वाणिज्य व नियोजन तथा कई अन्य शास्त्रो के अध्ययन मे अत्यन्त महत्वपूर्ण है। वास्तव मे, उन सभी विषयो और शास्त्रो का अध्ययन, जिनमे आँकड़ो का व्यवहार होता है, अपूर्ण समझा जाता है यदि उनमे सांख्यिकी प्रणाली का व्यवहार न किया जाये।

भारतीय सांख्यिकी का अर्थ (Meaning of Indian Statistics)
भारतीय सांख्यिकी से आशय उन विविध साधनों एवं संगठनो के अध्ययन से है जिनके द्वारा देश मे समंको का संकलन होता है। इसमे शासकीय एवं निजी दोनो ही साधन सम्मिलित है। इसके अन्तर्गत वर्तमान सांख्यिकीय व्यवस्थाओं की समालोचना एवं उनके सुधार हेतु सुझाव भी आते है।

सांख्यिकी — एक परिचय (Statistics; An Introduction)
आधुनिक युग मे समस्त मानवीय प्राकृतिक तथ्यों को समंको के रूप मे ही मापा एवं अध्ययन किया जा सकता है। वर्तमान समय मे संचार एवं कम्प्युटर क्रान्ति के ज्ञान से प्रत्येक क्षेत्र मे सांख्यिकी विधियो का प्रयोग एवं समंको का ज्ञान प्राप्त करना अत्यावश्यक हो गया।

सांख्यिकी की उत्पत्ति एवं विकास (Origin and Development of Statistics)
ऐसा माना जाता है कि आंग्ल भाषा के Statistics तथा Statistical शब्दों की उत्पत्ति परोक्ष रूप से लैटिन भाषा के 'Status' शब्द से हुई जिसका अर्थ 'राजनैतिक राज्य' (Political State) है। अधिक प्रत्यक्ष रूप से 'Statistics' शब्द की व्युत्पत्ति इटैलियन भाषा के 'State' से हुई। इस शब्द का प्रयोग पन्द्रहवी शताब्दी मे राजनीतिक अर्थ मे राज्य के लिये किया जाता था। जर्मन विद्वानो ने भी इसी आशय मे अपनाया था। तथा उन्होने 'Statistik' शब्द का प्रयोग किया था। इस शब्द का प्रयोग सर्वप्रथम जर्मन के विद्वान 'गॉट फ्राइड आकेनवाल (Gott Fried Achenwall) ने किया था। इन्हे ही सांख्यिकी का जन्मदाता कहा जाता है।

सांख्यिकी का अर्थ (Meaning of Statistics)
सामान्य व्यक्ति के लिये सांख्यिकी का आशय समंको (Data), तथ्यों (facts) तथा मापों से है। कुछ व्यक्तियों का विश्वास है कि सांख्यिकी संख्याओं का अध्ययन होता है। कुछ लोगो के मतानुसार, सांख्यिकी

पूर्वानुमान अथवा निष्कर्ष निकालने के लिये संख्याओं का विश्लेषण करना होता है। तथ्यों को चित्रों तथा बिन्दु रेखाओं से प्रदर्शन करना भी सांख्यिकी जाना जाता है। समंको के विधियन (Processing), विश्लेषण (Analysing) तथा प्रयोग को भी सांख्यिकी जाना जाता है। संक्षेप मे, सांख्यिकी के तीन स्वरूप माने जा सकते है —
उत्पाद (Product) के रूप में — समंक (Data)। इस प्रकार उत्पाद के रूप मे सांख्यिकी से आशय ऐसे समंक से है, को ज्ञात तथ्यों, जैसे - बिक्री, लाभ, उत्पादन बेकारी राष्ट्रीय आय आदि का विवरण प्रदान करते है।
विधियन (Processing) के रूप मे — सांख्यिकी विधियाँ (Statistical Methods)। इस अर्थ मे सांख्यिकी, संख्यात्मक तथ्यो का संकलन, प्रस्तुतीकरण, विवरण तथा विश्लेषण से सम्बन्धित है।
व्यवहार (Application) के रूप मे — सिद्धान्त एवं विधियाँ जिनका प्रयोग निष्कर्ष निकालने अथवा निर्णय लेने के लिये संख्यात्मक तथ्यो के व्यवहार मे किया जाता है।
सांख्यिकी की परिभाषाये :— विभिन्न सांख्यिकीशास्त्रीय ने सांख्यिकी की जो परिभाषाये दी हैं उनमे दो अलग-अलग विचारो (1) विवरणात्मक सांख्यिकी अथवा समंक, तथा (2) सांख्यिकी विधियों, को व्यक्त किया गया।
प्रथम विचार के अनुसार दी गयी परिभाषाएँ जिनमे सांख्यिकी को बहुवचन के अर्थ में अर्थात् समंक माना गया है —
आकेनवाल (Achenwall) के अनुसार, "समंक राज्य से सम्बन्धित ऐतिहासिक और विवरणात्मक दोनो महत्वपूर्ण तथ्यों का संग्रहण है।"
द्वितीय विचार के अनुसार दी गयी परिभाषाये, जिनमे सांख्यिकी को एक विज्ञान माना गया है। इन परिभाषाओ मे सांख्यिकी को एकवचन के रूप मे लिया गया है —
डा० बाउले लिखते हैं कि "सांख्यिकी गणना का विज्ञान है"।
"सांख्यिकी को उचित रूप मे माध्यों का विज्ञान कहा जा सकता है"
सांख्यिकी का क्षेत्र (Scope of Statics)
प्राचीन समय मे सांख्यिकी का क्षेत्र काफी सीमित था, क्योकि इसकी उत्पत्ति 'राजाओं के विज्ञान' के रूप मे हुई थी। किन्तु आधुनिक युग मे सांख्यिकी का क्षेत्र काफी विस्तृत हो गया। वास्तव मे आज ज्ञान विज्ञान की शायद ही कोई ऐसी शाखा हो जहाँ साधन के रूप मे सांख्यिकी विधियो का प्रयोग न किया जाता हो। सुविधा की दृष्टि से सांख्यिकी के क्षेत्र को निम्न भागों मे बांटा जा सकता है। —
⇒ सैद्धान्तिक सांख्यिकी (Theoretical Statistics)
सैद्धान्तिक सांख्यिकी के अन्तर्गत वे गणितीय सिद्धान्त आते है, जिनपर सांख्यिकी विज्ञान आधारित होते है। और जो एक दूसरे

के विकास मे योगदान करते है। सैद्धान्तिक सांख्यिकी का आधार प्रायिकता सिद्धान्त है।

सांख्यिकी विधियाँ (Statistical Methods)

सांख्यिकी विधियाँ विभिन्न विषयो के समंको का विवरण तथा विश्लेषण करने के सामान्य यन्त्रो की पेटी है। सांख्यिकी विधियाँ वे प्रक्रियाँ है जो संख्यात्मक तथ्यो के संकलन, संगठन, संक्षिप्तीकरण, विश्लेषण निर्वचन तथा प्रस्तुतीकरण मे प्रयोग की जाती है। समंको के ढेर मे छिपे आधारभूत सत्य को बाहर निकालने के यन्त्र सांख्यिकी विधियाँ होती है। महत्वपूर्ण सांख्यिकी विधियाँ निम्न है —

i) समंको का संकलन (Collection of Data) — किसी सांख्यिकी अनुसन्धान के लिये सर्वप्रथम समंको की आवश्यकता होती है। समस्या के अनुसार ही यह निश्चित किया जाता है कि कब, कहाँ से, किस ढंग से और कितने आँकड़े एकत्र किये जाये जो समस्या पर समुचित प्रकाश डाल सके।

ii) समंको का वर्गीकरण (Classification of Data) — संकलित किये हुये समंको को अधिक सरल, बोधगम्य, संक्षिप्त और तुलनीय बनाने के लिये इन्हे सजातीय या किसी गुण विशेष के आधार पर विभिन्न वर्गों मे बाँटने को समंको का वर्गीकरण कहते है।

iii) समंको का सारणीयन (Tabulation of Data) — वर्गीकृत समंको को स्मरण योग्य, सुव्यवस्थित, तेजप्रिय एवं तुलना योग्य बनाने के लिये सारणी मे प्रस्तुत किया जाता है।

iv) समंको का प्रस्तुतीकरण (Presentation of Data) — वर्गीकरण से समंक या आँकड़े सरल हो जाते है तथा सारणीय द्वारा सुव्यवस्थित हो जाते है, किन्तु बिन्दुरेखाओ एवं चित्रो के द्वारा समंको को प्रदर्शित करके यह प्रयास किया जाता है कि उनकी अमिट छाप मस्तिष्क पर पड़ जाये।

v) विश्लेषण (Analysis) — संकलित समंको का विश्लेषण करने के लिये केन्द्रिय प्रवृत्ति की माप, अपकिरण, विषमता, सहसम्बन्ध, सूचकांक आदि सांख्यिकी विधियो का आवश्यकतानुसार प्रयोग किया जाता है।

व्यवहारिक सांख्यिकी (Applied Statistics) —

व्यवहारिक सांख्यिकी से तात्पर्य सांख्यिकी विधियो तथा तकनीकियों को समस्याओ तथा, जैसे वे हैं, के अध्ययन मे प्रयोग करने से है। व्यवहारिक सांख्यिकी को निम्न भागों मे विभक्त किया जा सकता है —

i) वर्णनात्मक सांख्यिकी (Discriptive Applied Statistics) — वर्णनात्मक व्यवहारिक सांख्यिकी के अन्तर्गत भूतकालीन एवं वर्तमान समंको का विस्तृत अध्ययन किया जाता है। इसका उद्देश्य किसी विषय के सम्बन्ध मे संख्यात्मक विवरण उपलब्ध कराया जाता है। ये समंक ऐतिहासिक महत्व के होते है। जैसे- जनसंख्या समंक, उत्पादन सम्बन्धी समंक, मूल्य समंक आदि।

2) वैज्ञानिक व्यवहारिक सांख्यिकी (Scientific Applied Statistics) -
वैज्ञानिक व्यवहारिक सांख्यिकी के अन्तर्गत सांख्यिकी रीतियो के प्रयोग से किसी विषय से सम्बन्धित नये नियमो एवं सिद्धान्तो का प्रतिपादन या उनका पुष्टिकरण किया जाता है।

व्यवसायिक सांख्यिकी (Business Statistics)
आज के युग मे व्यवहारिक सांख्यिकी का एक और भाग व्यवसायिक सांख्यिकी है। व्यवसायिक सांख्यिकी, सांख्यिकी के अन्तर्गत व्यवसाय से सम्बन्धित विभिन्न समस्याओ का अध्ययन, विश्लेषण एवं निराकरण करने हेतु सांख्यिकी विधियो का प्रयोग किया जाता है। प्रत्येक व्यवसाय चार अवस्थाओ से होकर गुजरता है - समृद्धि, प्रतिसार, मन्दी एवं उत्थान।

सांख्यिकी की प्रकृति :- (Nature of Statistics)
सांख्यिकी विज्ञान है अथवा कला या दोनो ही - यह जानने के लिये आवश्यक है कि विज्ञान तथा कला के अर्थ को जाना जाये। विज्ञान किसी ज्ञान के व्यवस्थित अध्ययन को कहते है। विज्ञान के अन्तर्गत कारण व परिणाम दोनो का अध्ययन सिद्धान्तो का प्रतिपादन करने के लिये किया जाता है। परिणाम अच्छा है अथवा बुरा इस बात को विज्ञान नही बताता। जहाँ तक कला से तात्पर्य है, यह एक व्यवहारिक ज्ञान है, यदि विज्ञान ज्ञान है तो कला क्रिया है कला के निम्न लक्षण होते है -
1. कला किसी समस्या का समाधान करने वाली क्रियाओ का समूह है।
2. कला तथ्य का वर्णन ही नही करती बल्कि उसके गुण दोष तथा लक्ष्यों को प्राप्त करने के उपाय भी बताती है।
3. कला - साधक से विशेष चातुर्य, अनुभव एवं आत्मसंयम अपेक्षित होता है।

विज्ञान से हम किसी विषय के बारे मे ज्ञान प्राप्त करते है, जबकि कला द्वारा हम उसे कार्यान्वित करते है। कला केवल तथ्यो का वर्णन ही नही करती बल्कि अच्छा-बुरा भी बताती है। सांख्यिकी को हम "वैज्ञानिक पद्धतियो" के विज्ञान को प्रयोग करने की कला कह सकते है। हर्लोज तथा पार्सन ने सांख्यिकी को 'तथ्यो के प्रयोग मे लाने का 'विज्ञान तथा कला' कहा है।

सांख्यिकी का महत्व (Importance of Statistics)
सांख्यिकी तकनीकी का व्यवहार इतना व्यापक है तथा हमारे जीवन एवं हमारी आदतो मे सांख्यिकी का प्रभाव इतना अधिक है कि सांख्यिकी के महत्व की उपेक्षा नही की जा सकती। वास्तव मे सांख्यिकी का युग आ गया है और पर्याप्त सीमा तक आधुनिक सभ्यता 'सांख्यिकी - सभ्यता' हो गयी है और समंको की अनुपस्थिति मे आधुनिक जीवन की मशीनरी स्थिर हो जायेगी। माध्य, अपकिरण, सह सम्बन्ध, निदर्शन आलेख और सांख्यिकी विधियो को जाने बिना मनोवैज्ञानिक, अर्थशास्त्र, वित्त प्रबन्धन, सामाजिक विज्ञानो को अत्यन्त प्रारम्भिक स्तर पर भी समझना असम्भव

है।

I अर्थशास्त्र मे सांख्यिकी का महत्व (Importance of Statistics in Economics)

सांख्यिकीय रीतियो का प्रयोग अर्थशास्त्री उसी भाँति करता है जिस प्रकार एक चिकित्सक स्टेथिस्कोप का प्रयोग मनुष्य की बिमारी जानने के लिये करता है। अर्थशास्त्र की प्रत्येक शाखा मे सांख्यिकी रीतियो के प्रयोग के बिना काम नही चल सकता। इसे निम्न प्रकार स्पष्ट किया जा सकता है —

उपभोग के क्षेत्र मे (In the field of Consumption), उत्पादन के क्षेत्र मे (In the field of production), विनिमय के क्षेत्र मे (In the field of Exchange) वितरण के क्षेत्र मे (In the field of distribution)

II आर्थिक नियोजन मे सांख्यिकी का महत्व (Importance of Statistics in Economics planning)

आर्थिक नियोजन मे समंको का उपयोग निम्नलिखित बातो के लिये किया जाता है

1. विभिन्न देशो के आर्थिक विकास की स्थिति जानने के लिये समंको की सहायता ली जाती है।
2. आर्थिक विकास से सम्बन्धित निर्णायक तत्वो के लिये समंको की सहायता ली जाती है।
3. देश की अर्थव्यवस्था मे उत्पादन, उपभोग, विनिमय, और वितरण के क्षेत्र मे संरचना और उसके महत्व को जानने के लिये।

III व्यवसाय मे सांख्यिकी का महत्व (Importance of statistics to Business)

प्रत्येक व्यवसाय को ~~सफल~~ सफलतापूर्वक संचालित करने के लिये सांख्यिकी का अत्याधिक महत्व है, क्योकि व्यवसाय की स्थापना, संचालन, प्रबन्ध, नियन्त्रण विस्तार आदि सभी मे सांख्यिकी एवं सांख्यिकीय विधियो का प्रयोग किया जाता है। व्यवसाय मे सांख्यिकी के महत्व को संक्षेप मे निम्न प्रकार स्पष्ट किया जा सकता है —

1) नवीन व्यवसाय की स्थापना मे सहायक। 2) नवीन बाजारो की खोज करने मे सहायक। 3) किस्म या गुण नियन्त्रण मे सहायक। 4) वितरण कार्यो के सफलता रुप से संचालन मे सहायक। 5) आवश्यक कच्चे माल की आपूर्ति मे सहायक।

IV राज्य के लिये सांख्यिकी का महत्व (Importance of Statistics to State) 'समंक शासन के नेत्र है'। अनन्तकाल से ही शासन राज्य के निवासियो से सम्बन्धित समंक एकत्रित करता चला आ रहा है। वास्तव मे, अंग्रेजी भाषा के Statistics शब्द का विकास ही State (राज्य) से हुआ है और सांख्यिकी विज्ञान एक राज्य कला के रुप मे मानी गयी थी। आधुनिक काल मे, कल्याणकारी राज्य के विचार के आधार पर सरकार के कार्यो मे वृद्धि हो जाने के कारण समंको का और भी महत्व बढ गया है।

सांख्यिकी के कार्य (functions of Statistics)
सांख्यिकी का प्रमुख कार्य जानकारी प्रदान करना है और इसी कारण से आज हम यह पाते है कि मानविक क्रिया का शायद ही कोई पहलू हो जिसमे सांख्यिकी विधियाँ उपयोगी न हो। सांख्यिकी की निरन्तर बढती उपयोगिता उसके द्वारा सम्पन्न किये गये कार्यों के कारण है। सांख्यिकी विज्ञान द्वारा निम्नलिखित कार्य सम्पन्न किये जाते है —
1) तथ्यो को सूक्ष्म तथा सरल रूप मे प्रस्तुत करना, 2) तथ्यों को तुलनात्मक रूप मे प्रस्तुत करना।, 3) भिन्न तथ्यो के मध्य सम्बन्धो का अध्ययन करना।, 4) व्यक्तिगत ज्ञान व अनुभव की वृद्धि करना।, 5) विभिन्न क्षेत्रो मे नीति निर्धारण में सहायक।

4. सांख्यिकी की सीमाये (Limitation of Statistics)
सांख्यिकी अत्यन्त ही उपयोगी विज्ञान है, परन्तु उसकी कुछ सीमाये तथा कमियाँ है, जिन्हे जानना आवश्यक होता है। सांख्यिकी का प्रयोग तथा निर्वचन करते समय उसकी सीमाओ को सदैव ध्यान मे रखना चाहिये। सांख्यिकी की सीमाये निम्नलिखित है —
1.) सांख्यिकी केवल संख्यात्मक तथ्यो का ही अध्ययन करती है, गुणात्मक तथ्यो का नही।
2) सांख्यिकी माप एवं निष्कर्ष रूप औसत रूप मे ही सत्य होते है।
3) सांख्यिकी समूहो का अध्ययन करती हैं, व्यक्तिगत इकाइयो का नही।
4) सांख्यिकी परिणाम अनुमानत: ही सत्य होते है।
5) सांख्यिकी परिणाम सन्देह से परे नही होते है।
6) सांख्यिकी एक साधन मात्र है।

समंको के प्रति अविश्वास (Distrust of Statistics)
सांख्यिकी विज्ञान वास्तव मे अत्यन्त उपयोगी है, परन्तु उसकी उपयोगिता आकडो मे नही, बल्कि उसके सत्य निर्वचन मे हैं। अज्ञानता तथा अभिनति के कारण लोग ज्ञान के इस कोमल यन्त्र का दुरूपयोग करते है, जिससे साधारण व्यक्ति का सांख्यिकी के प्रति अविश्वास बन गया है। समंको के प्रति अविश्वास के कारण अग्रलिखित है —
1) अनुपयुक्त तुलना, 2.) अस्पष्ट एवं परिवर्तनशील परिभाषाये।, 3) त्रुटिपूर्ण मापदण्ड 4) अभिनति, 5) गणितीय त्रुटियाँ, 6) गलत प्रतिशत। 7) बनावटी सूक्ष्मता, 8) त्रुटिपूर्ण निर्वचन।

अविश्वास दूर करने के उपाय (~~uss~~ by Remedies for removing Distrust)
1) अनुभवी व्यक्तियो द्वारा प्रयोग, 2) विवेकपूर्ण प्रयोग, 3) प्रत्येक चरण पर सावधानी बरतना, 4) स्पष्ट विचार - विमर्श, 5) निष्पक्ष दृष्टि।

सांख्यिकी अनुसन्धान से आशय (Meaning of Statistical Investigation)
सामान्य अर्थ मे 'अनुसन्धान' अथवा जाँच शब्द से आशय 'ज्ञान की खोज' से है। अत: 'सांख्यिकी अनुसन्धान' अथवा जाँच का अर्थ 'सांख्यिकी विधियों की सहायता से ज्ञान की खोज करना' है। सांख्यिकी अनुसन्धान

का आधार समंक होते है। समंको का वैज्ञानिक एवं व्यवस्थित ढंग संकलन करना, विभिन्न सांख्यिकी विधियों से उनका विश्लेषण करके किसी समस्या के समाधान हेतु उनका ~~वि~~ निर्वचन करना ही अनुसन्धान कहलाता है।

सांख्यिकी अनुसन्धान के प्रमुख चरण (Main Stages of Statistical Investigation) सांख्यिकी अनुसन्धान कार्य के प्रमुख चरण निम्नलिखित है —

i) सांख्यिकी अनुसन्धान का आयोजन। ii) समंको का संकलन, iii) समंको का सम्पादन एवं प्रस्तुतीकरण, iv) समंको का विश्लेषण, v) समंको का निर्वचन तथा प्रतिवेदन तैयार करना।

सांख्यिकी अनुसन्धान का आयोजन (Planning of Statistical Investigation) सांख्यिकी का अनुसन्धान का पूर्व-नियोजन उसकी सफलता एवं श्रेष्ठता के लिये आवश्यक है। सांख्यिकी अनुसन्धान आयोजन करने से पूर्व अध्ययन के अन्तर्गत समस्या का प्रारम्भिक विश्लेषण करना आवश्यक होता है। अनुसन्धानकर्ता अनुसन्धान का आयोजन करने मे निम्नलिखित बातों पर विचार करना पड़ेगा।

1) सांख्यिकी अनुसन्धान के उद्देश्य, 2) सांख्यिकी अनुसन्धान का क्षेत्र
3) ~~सूचना का~~ स्रोत, (i) आन्तरिक ~~तथा बाह्य~~, 2) मौलिक या प्राथमिक या द्वितीय। 4) सांख्यिकीय अनुसन्धान के प्रकार — i) प्रयोग एवं सर्वेक्षण, ii) संगणना अथवा निदर्शन ~~सु~~ अनुसन्धान, iii) गोपनीय अथवा प्रकट अनुसन्धान iv) प्रत्यक्ष अथवा परोक्ष अनुसन्धान।

सांख्यिकीय इकाई का अर्थ (Meaning of Statistical unit)

सांख्यिकीय इकाई वह आधार है जिसके अनुसार समंक एकत्रित किये जाते है तथा उनका विश्लेषण और निर्वचन होता है

"सांख्यिकीय इकाईयो को समंको की गणना मापन और विश्लेषण के उद्देश्य से चुने गये गुण या गुणो के माप के रूप मे परिभाषित किया जा सकता है"

आदर्श सांख्यिकीय इकाई की विशेषताये (Characterstics of Ideal Statistical unit)

आदर्श सांख्यिकीय इकाई की विशेषताये निम्नलिखित होनी चाहिये —

1) स्पष्ट परिभाषा, 2) स्थिर एवं प्रमापित 3) उपयुक्तता 4) समानता।

सांख्यिकीय इकाइयों का निर्धारण (Determination of Statistical unit)

सांख्यिकीय अवलोकनों का सम्बन्ध चरो की माप से होता है। सांख्यिकीय इकाई वह माप की इकाई है जिसके आधार पर समंको का संकलन, विश्लेषण तथा निर्वचन किया जाता है। यदि सांख्यिकीय अनुसन्धान 'आय', 'दुर्घटना', 'बीमारी', 'रोजगार', 'मजदूरी', आदि के सम्बन्ध मे है तो ही सांख्यिकीय इकाई है।

सांख्यिकीय इकाइयों के प्रकार (Types of Statistical Units)

सांख्यिकीय इकाई निम्न प्रकार की होती है —

1) आगणन की इकाई (Unit of Enumeration) - जिन इकाइयो के आधार पर तथ्यो की माप एवं समंको का संकलन किया जाता है उन्हे 'आगणन' की इकाइयाँ कहते हैं जैसे - वस्त्र उत्पादन की माप के लिये मीटर, भार के लिये टन, समय के लिये घण्टा आदि। आगणन की इकाइयाँ तीन प्रकार की होती है —

i) सरल इकाई, ii) संयुक्त अथवा मिश्रित इकाई (iii) काल्पनिक इकाई।

2) विश्लेषण व निर्वचन की इकाई (Unit of Analysis and interpre-tation)

जिन इकाइयाँ के आधार पर समंको की तुलना की जाती हैं, विश्लेषण व निर्वचन की इकाइयां कहलाती है। अनुपात, प्रतिशत, दर, आदि विश्लेषण व निर्वचन इकाइयाँ है।

समंको का संकलन (Collection of Data)

अनुसन्धान सम्बन्धी प्रारम्भिक बातो पर निर्णय लेने के पश्चात् समंक-संकलन का कार्य प्रारम्भ किया जाता है। समंक संकलन से तात्पर्य अनुसन्धान के लिये इकाइयो आवश्यक जानकारी प्राप्त करने की विधियो से है। समंक-संकलन की विधि दो बातोपर निर्भर रहती है - प्रथम, अनुसन्धान की प्रकृति तथा उसके उद्देश्य व क्षेत्र पर तथा दूसरे, धन एवं समय के उपलब्ध परिणाम पर। समंक दो प्रकार के होते है - (i) प्राथमिक समंक तथा (ii) द्वितीय समंक। प्राथमिक समंको का संकलन अनुसन्धानकर्ता स्वंय करता है। द्वितीय समंको का संकलन का उपयोग अन्य व्यक्तियो अथवा संस्थाओं द्वारा निजी उपयोग के लिये किया जाता है, परन्तु अन्य व्यक्ति भी उन समंको का उपयोग कर सकते है। प्राथमिक समंक एक बार संकलित होकर प्रकाशित हो जाने पर द्वितीय समंक हो जाते है।

समंको का सम्पादन एवं प्रस्तुतीकरण (Editing and Presentation of Data)

समंक संकलन के उपरान्त विभिन्न अशुद्धियो को दूर करके, समंको मे यथोचित संशोधन किये जाते है। समंको के सम्पादन से उनके अनुकूलता, एकरूपता, पूर्णता, तथा शुद्धता आ जाती है। समंको के सम्पादन मे उत्तम श्रेणी की योग्यता तथा वैज्ञानिक ढंगो के प्रयोग की आवश्यकता होती है। समंको के उत्पादन के पश्चात् सारणियो, चित्रो तथा रेखाचित्रो के रूप मे प्रदर्शित किया जाता है।

समंको का विश्लेषण (Analysis of Data)

समंको को प्रदर्शित करने के पश्चात् विभिन्न गणितीय मापों द्वारा उनका विश्लेषण किया जाता है। माध्य, अपकिरण, विषमता, सहसम्बन्ध, आदि सांख्यिकीय मापों से समंको की विशेषताओ का पता चलता है।

न्यादर्श या प्रतिदर्श (Sample) — न्यादर्श या प्रतिदर्श का अर्थ

न्यायदर्श या प्रतिदर्श किसी समग्र विशेष का प्रतिबिम्ब या समान दिखाई देने वाला नमूना है। अंग्रेजी शब्द Sample लैटिन भाषा के शब्द Exemplum से लिया गया है।

न्यादर्श या प्रतिदर्श की परिभाषाये (Definition of Sample)

सिम्पासन एवं काफ्का :- "न्यादर्श या प्रतिदर्श समग्र का वह भाग जिसे हम अनुसन्धान के उद्देश्य से चुनते हैं"।

संगणना अथवा प्रतिदर्श अनुसन्धान (Census or Sample investigation)

सांख्यिकीय अनुसन्धान की योजना बनाते समय अनुसन्धानकर्ता को यह निर्णय करना पड़ता है कि अनुसन्धान मे पूर्ण आगणन किया जाये अथवा प्रतिदर्श अनुसन्धान विधि को अपनाया जाये। पूर्ण आगणन में समग्र की समस्त इकाइयो के बारे मे सांख्यिकीय जानकारी प्राप्त की जाती है। प्रतिदर्श अनुसन्धान मे समग्र में से, समग्र का प्रतिनिधित्व करने वाली कुछ इकाइयो छाँट ली जाती है और उके सम्बन्ध मे आवश्यक जानकारी संकलित की जाती है

संगणना अनुसन्धान (Census Investigation)

जब किसी समस्या से सम्बन्धित सम्पूर्ण समूह अथवा समूह की प्रत्येक इकाई के विषय मे आवश्यक सांख्यिकीय जानकारी संकलित की जाती है तो वह संगणना अनुसन्धान अथवा पूर्ण आगणन कहलाता है।

संगणना अनुसन्धान के लाभ (Advantages or Merits of Census Inve)

संगणना अनुसन्धान के लिये निम्नलिखित लाभ है —

1) परिणाम अधिक शुद्ध एवं विश्वसनीय होते है।
2) विस्तृत जानकारी।
3) उपयुक्तता।

संगणना अनुसन्धान के दोष (Disadvantage or Demerits of Census Inv)

संगणना अनुसन्धान विधि के दोष निम्नलिखित है —

1) अधिक व्यय करना पड़ता है।
2) अधिक श्रम व समय।
3) अनेक परिस्थितियों मे असम्भव।

प्रतिदर्श या निदर्शन अनुसन्धान (Sample Investigation)

हमारा ज्ञान, दृष्टिकोण, कार्य आदि पर्याप्त सीमा तक प्रतिदर्श पर आधारित होते है। जीवन के दिन-प्रतिदिन के कार्यों मे ही नही, बल्कि वैज्ञानिक शोध मे भी ऐसा ही होता है। जीवन के दिन-प्रतिदिन के कार्यों मे हम हर क्षण प्रतिदर्श तकनीक का प्रयोग करते है। गेहूँ अथवा चावल के एक मुट्ठी दानों को देखकर उनके पूरे भण्डार की किस्म का पता लगाया जाता है। प्रतिदर्श विधि इस मान्यता पर आधारित है कि रगो मे दौड़ते खून की एक बूँद के गुण पूरे खून के गुणो का प्रतिनिधित्व करते है।

प्रतिदर्श अनुसन्धान के लाभ (Advantages of Sampling Investigation)
पूर्ण आगणन की तुलना मे प्रतिचयन के कुछ प्रमुख लाभ है, जो निम्न प्रकार है
1) समय की बचत, 2) धन की बचत, 3) विस्तृत जाँच, 4) विस्तृत क्षेत्र 5) अधिक परिशुद्धता, 6) प्रशासनीय सुविधा, 7) कुछ विशेष दशाओ मे उपयुक्तता।

प्रतिदर्श अनुसन्धान के दोष (Disadvantage of Sampling Investigation)
प्रतिदर्श अनुसन्धान विधि मे निम्नलिखित दोष पाये जाते है —
1) भ्रमात्मक निष्कर्ष, 2) प्रतिनिधि प्रतिदर्श बनाने मे कठिनाई, 3) विशिष्ट ज्ञान की आवश्यकता, 4) प्रतिदर्श तक ही सीमित रहने मे कठिनाई, 5) प्रतिचयन की असम्भवता।

प्राथमिक एवं द्वितीय समंको का अर्थ (Meaning of Primary and Secondary Data)
समंक सांख्यिकीय अनुसन्धान की आधारशिला है। समंक का आशय किसी घटना या समस्या के उन पहलुओ से होता है, जिसकी गणना की जा सकती है या जिसे मापा जा सकता है या जिसे संख्यात्मक रुप मे व्यक्त किया जा सकता है।

प्राथमिक एवं द्वितीय समंको का अर्थ (Meaning of Primary and Sec. Data)
I प्राथमिक समंक (Primary Data) — उन समंको को प्राथमिक समंक कहते है जो अनुसन्धानकर्ता द्वारा पहली बार आरम्भ से अन्त तक बिल्कुल नये सिरे सिरे से एकत्रित किये जाते है।

II द्वितीय समंक (Secondary Data) — द्वितीय समंक वे है जो पहले ही अन्य व्यक्ति या संस्थाओ द्वारा एकत्रित व प्रकाशित किये जा चुके है और अनु-सन्धानकर्ता केवल उनका प्रयोग कर सकता है।

समंको के सम्पादन का अर्थ (Meaning of Editing of Data)
समंक संकलन की प्रक्रिया मे अनुसन्धानकर्ता के कार्यालय मे सूचको अथवा प्रगणको द्वारा भरकर भेजी गयी प्रश्नावली अथवा अनुसूचियो का ढेर लग जाता है, संकलित सामग्री ऐसी दशा मे अव्यवस्थित तथा अर्थहीन होती है, जिसे व्यवस्थित तथा अर्थपूर्ण करने के लिये अनुसन्धानकर्ता को उसका सम्पादन करना पड़ता है।

वर्गीकरण तथा सारणीयन (Classification and Tabulation)
सांख्यिकीय अनुसन्धान द्वारा संकलित समंक अत्यन्त जटिल एवं अव्यवस्थित रुप मे होते; ऐसी दशा मे उनको समझना और उनकी विशेषताओं को ज्ञात करके उचित व तर्कसंगत निष्कर्ष निकालना असम्भव होता है। अव्यवस्थित असंगठित तथा जटिल समंक समूहो से सांख्यिकीय विश्लेषण तथा निर्वचन नही किया जा सकता है। अतः उनको सांख्यिकीय विधियो के व्यवहार द्वारा विश्लेषण तथा निर्वचन के योग्य बनाया जाता है।

आवृत्ति वितरण का अर्थ एवं परिभाषा (Meaning and Definition of Frequency Distribution)

विभिन्न वर्गों में आवृत्तियों का विन्यास करने हेतु मिलान चिन्हों का प्रयोग किया जाता है। संकलित तथा वर्गीकृत समंको को उचित रूप से क्रमबद्ध रूप से आवृत्ति वितरण मे प्रस्तुत किया जाता है। आवृत्ति वितरण एक तालिका होती है। जिसमे समंको को वर्गों मे विभाजित किया जाता है तथा प्रत्येक वर्ग मे आने वाले पदों की संख्या का लेखा किया जाता है। दूसरे शब्दों मे, इसमे किसी एक तथ्य के विभिन्न मूल्यों की आवृत्तियाँ प्रदर्शित की जाती है।

चित्रो द्वारा निरूपण का आशय (Meaning of Digrammatic Presentation

विशाल समंक समूहों के अर्थों को सरल, स्पष्ट एवं व्यापक रूप मे समझने मे सहायता करना सांख्यिकीय विज्ञान का एक प्रमुख कार्य है। इस कार्य का निष्पादन करने के लिये अनेक सांख्यिकीय विधियों का प्रयोग किया जाता है, जिनमे से समंको का चित्रमय निरूपण एक महत्वपूर्ण दृष्टिगत विधि है। नीरस समंको को चित्रों के माध्यम से प्रदर्शित करके उन्हे अर्थपूर्ण तथा रोचक और उनकी विशेषताओं को स्पष्ट बनाया जा सकता है।

समंको का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन (Graphic Presentation of Data)

सांख्यिकीय तथ्यों का बिन्दुरेखीय प्रदर्शन उन्हे समझने योग्य बनाने की सरल व प्रभावी विधि है। अंग्रेजी शब्द 'ग्राफ' से बने शब्द 'ग्राफिक' का अर्थ सचित्र अथवा सजीव है। बिन्दुरेखा का उस का उस समंक-सारणी के सन्दर्भ मे, जिसे वह प्रदर्शित करती है, वास्तव मे यही कार्य है। सांख्यिकीय सामग्री इतनी जटिल होती है कि उसे समझना सामान्य व्यक्ति के कठिन होता है।

unit II

केन्द्रीय प्रवृति का अर्थ एवं परिभाषा (Meaning and Definition of Central Tendency)

सांख्यिकीय विश्लेषण का महत्वपूर्ण उपकरण सांख्यिकीय माध्य या केन्द्रीय प्रवृति की माप है। सांख्यिकीय माध्य सामग्र के विभिन्न पदो की व्यक्तिगत विशेषताओ को ध्यान दे एक ऐसी प्रवृति को व्यक्त करता है जो समग्र का प्रतिनिधित्व करती हो।

क्लार्क और शकोड के अनुसार "माध्य सम्पूर्ण संख्याओ का वितरण प्रस्तुत करने के लिये एक मात्र संख्या प्राप्त करने का प्रयास है"।

अंकगणित माध्य अथवा माध्य (Arithmetic Mean OR Mean) ($\bar{X}$)

माध्य समक-समूह की केन्द्रीय प्रवृति की सबसे सरल तथा लोकप्रिय माप है। वास्तव मे, जब हमारा सामान्य अर्थ मे 'अंकगणित माध्य या माध्य अथवा औसत शब्द का प्रयोग करते है तो हमारा आशय इसी माध्य से होता है। माध्य ज्ञात करने के लिये समकमाला के सभी पदों के मूल्यो के योग मे उनकी संख्या से भाग दिया जाता है।

माध्यिका या मध्यका (Median) (M)

मध्यका वह केन्द्रिय मूल्य है, जो श्रेणी को दो भागो मे बाटॉ है, बशर्ते कि समंक श्रेणी आरोही क्रम अथवा अवरोही क्रम मे व्यवस्थित हो।

भूयिष्ठक अथवा बहुलक (MODe) (Z)

भूयिष्ठक अथवा बहुलक वह मूल्य है जो पदों की श्रेणी मे सबसे अधिक बार आता है तथा जिसके चारों ओर सबसे अधिक घनत्व मे पदो का वितरण रहता है।

उदाहरण (Illustration)

निम्न समंको से समान्तर माध्य, मध्यका, भूयिष्ठक अथवा बहुलक ज्ञात कीजिये?
find out Arithmetic Mean, Median, Mode from the following Data.

आकार नीचे से : Size below	10	20	30	40	50	60	70	80
व्यक्तियों की संख्या No of Person ;	5	20	50	105	190	250	295	320

Solution;

Class	Frequency		X	FX	CF
0-10		5	5	25	5
10-20	(20-5)	15	15	225	20
20-30	(50-20)	30	25	750	50
30-40	(105-50)	55	35	1925	105 c
40-50	(190-105)	85	45	3825	190
50-60	(250-190)	60	55	3300	250
60-70	(295-250)	45	65	2925	295
70-80	(320-295)	25	75	1875	320
	N = 320			ΣfX 14850	

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fX}{N} = \frac{14850}{320} = \underline{46.41}$$

$$M = \frac{N}{2},\ \frac{320}{2} = 160^{th}\ item$$

$$M = L_1 + \frac{i}{f}(m-c) = 40 + \frac{10}{85}(160-105)$$
$$= 40 + 6.47$$
$$= \underline{46.47}$$

$$Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times (i) \left[\text{mode Group} : - 40\text{-}50\right]$$
$$= 40 + \frac{85-55}{2\times 85 - 55 - 60} \times 10$$
$$= 40 + \frac{300}{55} = \underline{45.45}$$

चतुर्थक (Quartiles)

यदि श्रेणी को चार समान भागो मे ~~विभक्त~~ विभक्त किया जाये तो उसमे तीन चतुर्थक होंगे। इन्हे Q_1, Q_2, Q_3 कहा जाता है। Q_2 मध्यका ही होती है अतः Q_1 तथा Q_3 की ही गणना की जाती है। Q_1 को प्रथम अथवा निचला चतुर्थक तथा Q_3 को तृतीय अथवा ऊपरी चतुर्थक कहते है।

पँचमक (Quintiles)

यदि श्रेणी को पाँच समान भागों मे विभक्त किया जाये तो उसमे चार पंचमक होंगे। इन्हे Qu_1, Qu_2, Qu_3, तथा Qu_4 कहेंगे।

अष्टमक (Octile)

यदि श्रेणी को आठ समान भागो मे विभक्त किया जाये तो उसमे सात अष्टमक होंगे। इन्हे $O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6, O_7$, कहा जाता है। O_2 प्रथम, O_4 मध्यका, O_6 तृतीयक चतुर्थक ही होंगे।

शतमक (Percentile)

शतमक चर के वे मूल्य है जो श्रेणी को 100 बराबर भागो मे बाँटते है। यदि श्रेणी सौ समान भागो मे विभक्त किया जाये तो उसमे 99 शतमक होंगे। इन्हे $P_1, P_2, P_3 \ldots P_{99}$ कहा जाता है।

उदाहरण (Illustration)

50 विद्यार्थियो द्वारा विधि मे प्राप्त अंको का वितरण नीचे दिया गया है
Following is the Distribution Marks in Low obtained by 50 Student.

Marks (More than)	0	10	20	30	40	50
No. of Student	50	46	40	20	10	3

दोनो चतुर्थक, द्वितीय पंचमक, चतुर्थ अष्टमक व छत्तीस शतमक ज्ञात कीजिये।

C.I	f	cf
0-10	4	4
10-20	6	10
20-30	20	30
30-40	10	40
40-50	7	47
50-60	3	50
	N=50	

Solution :-

$Q_1 = \frac{N}{4} = \frac{50}{4} = 12.5^{th}$ item,

$= l_1 + \frac{i}{f}(Q_1 - C) = 20 + \frac{10}{20}(12.5 - 10)$

$= 20 + 1.25 = \underline{21.25}$ $\boxed{Q_1 = 21.25}$

$Q_3 = \frac{3(N)}{4} = \frac{3(50)}{4} = 37.5^{th}$ item,

$= l_1 + \frac{i}{f}(Q_3 - C) = 30 + \frac{10}{10}(37.5 - 30)$

$= 30 + 7.5 = \underline{37.5}$ $\boxed{Q_3 = 37.5}$

$Qn_2 = \frac{2(N)}{5} = \frac{2(50)}{5} = 20^{th}$ item

$= l_1 + \frac{i}{f}(Qn - C) = 20 + \frac{10}{20}(20 - 10)$

$= 20 + 5 = \underline{25}$ $\boxed{Qn_2 = 25}$

$O_4 = \frac{4(N)}{8} = \frac{4(50)}{8} = 25^{th}$ item, $= L_1 + \frac{i}{F}(O_4 - C)$ $= 20 + \frac{10}{20}(25-10)$ $= 20 + 7.5$ $= \underline{27.5}$ $\boxed{O_4 = 27.5}$	$P_{36} = \frac{36(N)}{100} = \frac{36(50)}{100} = 18^{th}$ item, $= L_1 + \frac{i}{F}(P_{36} - C)$ $= 20 + \frac{10}{20}(18-10)$ $= 20 + 4$ $= \underline{24}$ $\boxed{P_{36} = 24}$

गुणोत्तर माध्य (Geometric Mean)

गुणोत्तर माध्य श्रेणी के समस्त पदों के मूल्यों के गुणनफल का वह मूल (Root) होता है जितनी की उस श्रेणी में इकाइयाँ या संख्याएँ हैं।

$G.M = \sqrt[N]{x_1 + x_2, + x_3 \ldots}$

उदाहरण (Illustration)

Find out GM of the following

(i) 9, 16, Solution – $G.M = \sqrt[2]{9 \times 16} = \sqrt{3 \times 3 \times 4 \times 4} = \sqrt{144} = 12$

$\boxed{G.M = 12}$

हरात्मक माध्य (HARMONIC MEAN)

हरात्मक माध्य एक विशिष्ट प्रकार का माध्य है, जो ऐसी समस्याओं, जिसमें इकाइयाँ प्रति समय दर जैसे – किलोमीटर प्रति घण्टा, प्रतिदिन निर्मित इकाइयाँ, प्रति वर्ष पूरे किये गये निविदाये आदि से सम्बन्धित चरों से व्यवहार निहित होता है, के समाधान में उपयोगी होता है।

$$H.M = \frac{N}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} \ldots}$$

उदाहरण (Illustration)

एक व्यक्ति लखनऊ से देहली 30 मील प्रति घण्टा की गति से यात्रा करता है। उसी रास्ते पर 60 मील प्रति घण्टा की गति से वापस आता है। पूरी यात्रा की औसत गति ज्ञात कीजिये?

Solution :- $N = 2,\ X_1 = 30,\ X_2 = 60$

$$H.M = \frac{N}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}} = \frac{2}{\frac{1}{30} + \frac{1}{60}} = \frac{2}{\frac{2+1}{60}} = \frac{2 \times 60}{3} = 40 \text{ Kmph}$$

$\boxed{H.M = 40 \text{ Kmph}}$

अपकिरण का अर्थ (Meaning of Dispersion)

केन्द्रिय प्रवृत्ति की विभिन्न मापें समंकमाला के वास्तविक मूल्यों पर आधारित रहती हैं, अतः उन्हें प्रथम श्रेणी के माध्य कहते हैं। अपकिरण अपकिरण की मापें द्वितीय श्रेणी के माध्य कहलाती हैं, क्योंकि अपकिरण की माप ज्ञात करते समय समंकमाला का माध्य ज्ञात किया जाता है और फिर उस माध्य से विभिन्न पदों के मूल्यों के विचलनों का माध्य ज्ञात किया जाता है।

विस्तार या परास (RANGE)

विस्तार अपकिरण की सबसे सरल व प्रारम्भिक माप है। विस्तार का निर्धारण समंकमाला के दो सीमान्तों से किया जाता है तथा यह वितरण के सबसे अधिक मूल्य (Largest Value) तथा सबसे कम मूल्य (Smallest Value) का अन्तर है। $\boxed{R = L - S}$

उदाहरण (Illustration)

किसी व्यवसायिक फर्म का शुद्ध लाभ हजार रुपयो मे निम्न दिया गया है-

Year	1992	1993	1994	1995	1996
Profit	12	15	22	19	20

विस्तार तथा विस्तार का गुणांक ज्ञात कीजिये।

Solution:— $L = 22$, $S = 12$

$R = L - S$, $22 - 12 = \underline{10}$ $\boxed{R = 10}$

$$\text{Co-efficient of } R = \frac{L-S}{L+S}, \frac{22-12}{22+12} = \frac{10}{34} = 0.29 \quad \boxed{\text{Co.eff. of } R = 0.29}$$

अन्तर चतुर्थक विस्तार (Inter Quartile Range)

यह आंशिक विस्तार की माप है। समंकमाला के तृतीय चतुर्थक मे प्रथम चतुर्थक घटा देने से अन्तर-चतुर्थक विस्तार ज्ञात किया जा सकता है। $\boxed{IQR = Q_3 - Q_1}$

शतमक विस्तार (Percentile Range)

शतमक विस्तार आंशिक विस्तार की ही एक माप है। 90वे शतमक (P_{90}) तथा दसवें शतमक (P_{10}) का अन्तर शतमक विस्तार कहलाता है।

$\boxed{P.R = P_{90} - P_{10}}$

(Quartile Deviation) चतुर्थक विचलन

चतुर्थक विचलन अपकिरण की स्थिति मापों पर आधारित माप है। यह माप औसतन दूरी को मापती है। जिसमे प्रथम तथा तृतीय मध्यका से होते है। यह वितरण के प्रथम तथा अंतिम चतुर्थ भाग को छोड़कर मध्य के आधे पदों के विस्तार को मापता है।

$$\boxed{Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}}$$

चतुर्थक विचलन का गुणांक (Co-efficient of Quartile Deviation)

चतुर्थक विचलन गुणांक ज्ञात करने के लिये तीसरे एवं प्रथम चतुर्थक के अन्तर को तीसरे एवं प्रथम चतुर्थक के योग से भाग देते है।

$$\boxed{\text{Co-efficient of } Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}}$$

माध्य विचलन (Mean Deviation or Average Deviation) (9)

माध्य विचलन किसी केन्द्रिय प्रवृत्ति की माप से समंक समूह के मूल्यो के विचलनों का माध्य होता है। अन्य शब्दो मे, इस माप को किसी सांख्यिकीय माध्य (माध्य, मध्यका, अथवा भूयिष्ठक) से प्रत्येक पद-मूल्य या अवलोकन के निरपेक्ष विचलन ज्ञात कर और उन विचलनो का माध्य निकाल-कर प्राप्त किया जाता है।

संकेताक्षर —

1) माध्य से माध्य विचलन — $\delta\bar{x}$
2) मध्यका से माध्य विचलन — δ_M
3) भूयिष्ठक से माध्य विचलन — δ_Z

माध्य विचलन गुणांक (Co-efficient of Mean Deviation)

विभिन्न समंक समूहो के मध्य विचरणशीलता की तुलना करने के उद्देश्य से अपकिरण की सापेक्ष माप की आवश्यकता होती है। यह उस समय और आवश्यक हो जाता है, जब जिन समंको के समूहों के मध्य तुलना करनी हो उन्हे विभिन्न इकाइयों मे व्यक्त किया गया हो अथवा उनकी इकाइयाँ तो समान हो, परन्तु उनके विस्तार या आकार अलग-अलग हो।

i) माध्य से माध्य विचलन का गुणांक = $\frac{\delta\bar{x}}{\bar{x}}$

ii) मध्यका से माध्य विचलन का गुणांक = $\frac{\delta_M}{M}$

iii) भूयिष्ठक से माध्य विचलन का गुणांक = $\frac{\delta_Z}{Z}$

उदाहरण (Illustration) —

निम्न समंको से माध्य, मध्यका व भूयिष्ठक से माध्य विचलन और उसका गुणांक ज्ञात कीजिये ?

Size :	4	6	8	10	12	14	16
Frequency :	2	1	3	6	4	3	1

Solution :— Deviation ignored +, −

X	F	FX	CF	$dx (X-\bar{X})$	fdx	$dz = (x-z)$ $dM = (X-M)$	fdz fdM
4	2	8	2	6.2	12.4	6	12
6	1	6	3	4.2	4.2	4	4
8	3	24	6	2.2	6.6	2	6
10	6	60	12	0.2	1.2	0	0
12	4	48	16	1.8	7.2	2	8
14	3	42	19	3.8	11.4	4	12
16	1	16	20	5.8	5.8	6	6
	N=20	$\Sigma fx = 204$			48.8		48

$\bar{X} = \frac{\Sigma fx}{N} = \frac{204}{20} = 10.2$ $\boxed{\bar{X} = 10.2}$

$\delta\bar{x} = \frac{\Sigma fdx}{N} = \frac{48.8}{20} = 2.44$ $\boxed{\delta\bar{x} = 2.44}$

$C.O.\delta\bar{x} = \frac{\delta\bar{x}}{\bar{x}} = \frac{2.44}{10.2} = 0.239$ $\boxed{C0 = 0.239}$

$M = \frac{N+1}{2} = \frac{20+1}{2} = 10.5^{th}$ item $\boxed{M = 10.5}$

$\delta m = \frac{\Sigma fdm}{N} = \frac{48}{20} = 2.4$ $\boxed{\delta M = 2.4}$

$CO\delta M = \frac{\delta M}{M} = \frac{2.4}{10.5} = 0.24$ $\boxed{CO\delta M = 0.24}$

$\boxed{Z = 10}$ $\delta z = \frac{\Sigma fdz}{N} = \frac{48}{20} = 2.4$

$C.O.\delta z = \frac{\delta z}{z} = \frac{2.4}{10} = 0.24$

$\boxed{C.O.\delta z = 0.24}$ $\boxed{\delta z = 2.4}$

प्रमाप विचलन (Standard Deviation) (σ)

प्रमाप विचलन के विचार का प्रतिपादन कार्ल पियर्सन ने 1893 मे किया था प्रमाप विचलन 'माध्य से समंकमाला के विभिन्न पद-मूल्यो के विचलनो के वर्गो के माध्य का वर्गमूल है। $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}}$ or $\sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}}$

प्रमाप विचलन का गुणांक (Co-efficient of Standard Deviation)

दो समंकमालाओ के अपकिरण की तुलना करने के लिये प्रमाप विचलन का सापेक्षिक माप निकाला जाता है। जिसे प्रमाप विचलन गुणांक कहते है। प्रमाप विचलन मे माध्य का भाग देकर प्रमाप विचलन गुणांक ज्ञात किया जाता है — Co-efficient of Standard Deviation(σ) = $\frac{\sigma}{\bar{X}}$

उदाहरण (Illustration)

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
No. of Student	10	15	25	25	10	10	5

Solution :- Standard Deviation does not ignored +, -

Class	MV(X)	f	fX	$d(x-\bar{x})$	fdx	fd^2x
0-10	5	10	50	-26	-260	6760
10-20	15	15	225	-16	-240	3840
20-30	25	25	625	-6	-150	900
30-40	35	25	875	+4	+100	400
40-50	45	10	450	+14	+140	1960
50-60	55	10	550	+24	+240	5760
60-70	65	5	325	+34	+170	5780
		N=100	ΣfX= 3100			Σfd^2x 25400

$\bar{X} = \frac{\Sigma fX}{N} = \frac{3100}{100} = 31$

$\boxed{\bar{X} = 31}$

$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x}{N}} = \sqrt{\frac{25400}{100}} = 15.94$

$\boxed{\sigma = 15.94}$

Co.eff. of $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{15.94}{31} = 0.51$

$\boxed{C.O.\sigma = 0.51}$

विचरण गुणांक (Co-efficient of Variation)

प्रमाप विचलन के गुणांक को 100 से गुणा कर देने पर वह विचरण गुणांक कहलाता है। संकेतनुसार — $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$

उपरोक्त उदाहरण के प्रमाप विचलन के गुणांक के आधार पर :-

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{15.94}{31} \times 100 = 51\%.$$

विषमता का अर्थ एवं परिभाषा (Meaning and Definition of Skewness)

विषमता का अर्थ किसी समंकमाला मे समानता के अभाव से होता है अन्य शब्दो मे, किसी श्रेणी मे आवृत्तियो का वितरण एकसमान नही है, तो उस श्रेणी मे विषमता होती है। इस प्रकार किसी वितरण की समानता से दूर हटने की प्रवृति ही विषमता कहलाती है —

कॉक्स्टन एवं काउडेन के शब्दो मे — "जब एक श्रेणी समामित न हो, तो इसे असमानता या विषम कहा जाता है"।

विषमता की माप (Measures of Skewness) (SK)

विषमता की मात्रा एवं प्रकृति ज्ञात करने के लिये विषमता की सांख्यिकीय माप की जाती है। यह माप निरपेक्ष अथवा सापेक्ष हो सकती है। विषमता की निरपेक्ष माप यह स्पष्ट करती है कि विषमता की कुल मात्रा कितनी है तथा विषम धनात्मक है ऋणात्मक अथवा ऋणात्मक।

$$\boxed{SK = \bar{X} - Z \text{ or } \bar{X} - M \text{ or } M - Z}$$

कार्ल पियर्सन का विषमता-गुणांक (Karl Pearson's Co-efficient of Skewness)

कार्ल पियर्सन ने विषमता की सापेक्ष माप निकालने का एक सूत्र दिया है, जिसके प्रयोग से कार्ल पियर्सन का विषमता-गुणांक अथवा पियरसोनियन विषमता गुणांक ज्ञात किया जा सकता है। इस सूत्र के अनुसार माध्य तथा भूयिष्ठक के मूल्यों के अन्तर को प्रमाप विचलन से भाग देकर विषमता गुणांक ज्ञात किया जाता है। विषमता गुणांक का संकेताक्षर J है।

$$\boxed{J = \frac{\bar{X} - Z}{\sigma} \text{ or } J = \frac{3(\bar{X} - M)}{\sigma}}$$

उदाहरण (Illustration)

निम्न वितरण के लिये कार्ल पियर्सन विषमता गुणांक ज्ञात कीजिये -

Variable	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
Frequency	2	5	7	13	21	16	8	3

Solution :-

Class	M.V (X)	F	$dx=(X-A)$ $A=17.5$	Fdx	Fd^2x
0-5	2.5	2	-15	-30	450
5-10	7.5	5	-10	-50	500
10-15	12.5	7	-5	-35	175
15-20	17.5	13	0	0	0
20-25	22.5	21	+5	+105	525
25-30	27.5	16	+10	+160	1600
30-35	32.5	8	+15	+120	1800
35-40	37.5	3	+20	+60	1200
		N=75		$\Sigma Fdx=330$	$\Sigma Fd^2x=6250$

$$\bar{X} = A + \frac{\Sigma Fdx}{N}, \; 17.5 + \frac{330}{75}$$

$$= 17.5 + 4.4 = 21.9$$

$$\boxed{\bar{X} = 21.9}$$

Mode is located in the 20-25 Class Interval.

$$Z = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= 20 + \frac{21-13}{2\times21-13-16} \times 5$$

$$= 20 + \frac{40}{13} = 20 + 3.077$$

$$= 23.077 \quad \boxed{Z = 23.077}$$

$$S.D\,\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x}{N} - \left(\frac{\Sigma fdx}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{6250}{75} - \left(\frac{330}{75}\right)^2} \quad \boxed{\sigma = 7.998 \text{ or } 8}$$

$$= \sqrt{83.33 - 19.36} = \sqrt{63.97} = 7.998$$

$$J = \frac{\bar{X} - Z}{\sigma} = \frac{21.9 - 23.08}{8}$$

$$= \frac{-1.18}{8} = -0.147$$

$$\boxed{J = -0.147}$$

"महत्वपूर्ण सूत्र एवं प्रक्रिया एक दृष्टि में"

S. No.	व्यक्तिगत श्रेणी Individual Series	खण्डित श्रेणी Discrete Series	सतत श्रेणी Continuous Series
1.	बहुलक (Mode) सबसे अधिक बार आने वाला पद-मूल्य।	निरीक्षण द्वारा अथवा समूहन द्वारा अधिकतम आवृत्ति से सम्बन्धित पद-मूल्य।	निरीक्षण द्वारा समूहन द्वारा बहुलक-वर्ग में $Z = L_1 + \frac{f_1 - f_0}{2 \times f_1 - f_0 - f_2} \times i$ या $Z = L_1 + \frac{f_2}{f_2 + f_0} \times i$ $Z = 3M - 2\bar{X}$
2.	मध्यका (Median) $M = \frac{N+1}{2}$ th item	$M = \frac{N+1}{2}$ th item.	$M = \frac{N}{2}$ th item $M = L_1 + \frac{i}{f}(m - c)$
3.	समान्तर माध्य (Arithmetic Mean) i) Direct Method - $\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N}$ ii) Short Cut Method - $\bar{X} = A + \frac{\Sigma dx}{N}$	$\bar{X} = \frac{\Sigma fX}{N}$ $\bar{X} = A + \frac{\Sigma f dx}{N}$	$\bar{X} = \frac{\Sigma fX}{N}$ $\bar{X} = A + \frac{\Sigma f dx}{N} \times i$
4.	गुणोत्तर माध्य (Geometric Mean) $G.M = Antilog\left[\frac{\Sigma \log of X}{N}\right]$	$G.M = Antilog\left[\frac{\Sigma \log fx}{N}\right]$	$G.M = Antilog\left[\frac{\Sigma(\log X \times f)}{N}\right]$
5.	हरात्मक माध्य (Harmonic Mean) $H.M = Rec.\left[\frac{\Sigma Rec. X}{N}\right]$	$H.M = Rec.\left[\frac{\Sigma Rec. X \times f}{N}\right]$	$G.M = Rec\left[\frac{\Sigma(Rec. X \times f)}{\Sigma f}\right]$
7.	भारित समान्तर माध्य (Weighted $\bar{X}$) $\bar{X}_W = \frac{\Sigma XW}{\Sigma W}$	8. भारित गुणोत्तर माध्य (Weighted G.M) $WGM = A.\log\left[\frac{\Sigma \log X \times W}{\Sigma W}\right]$	9. भारित हरात्मक माध्य (Weighted H.M) $WHM = Rec.\left[\frac{\Sigma(Rec. X \times W)}{\Sigma W}\right]$
10.	विस्तार (Range) $R = L - S$ विस्तार का गुणांक $= \frac{L-S}{L+S}$	$R = L - S$ Co.eff. of $R = \frac{L-S}{L+S}$	$R = L - S$ Co.eff. of $R = \frac{L-S}{L+S}$
11.	चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation) $Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ Co.effi. of $Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$	$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ Co. eff. of $QD = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$	$Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ Co. eff. of $QD = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$

	व्यक्तिगत श्रेणी Individual series	खण्डित श्रेणी Discrete Series	सतत् श्रेणी Continuous Series
12.	माध्य विचलन (Mean Deviation) $\delta\bar{x} = \frac{\Sigma dx}{N}$ $\delta M = \frac{\Sigma dM}{N}$ $\delta z = \frac{\Sigma dz}{N}$	$\delta\bar{x} = \frac{\Sigma f dx}{N}$ $\delta M = \frac{\Sigma f dM}{N}$ $\delta z = \frac{\Sigma f dz}{N}$	$\delta\bar{x} = \frac{\Sigma f dx}{N}$ $\delta M = \frac{\Sigma f dM}{N}$ $\delta z = \frac{\Sigma f dM}{N}$
13.	माध्य विचलन गुणांक Co-efficient of Mean Deviation $Co.of\ \delta = \frac{\delta}{\bar{X}\ or\ M\ or\ Z}$	$Co.of\ \delta = \frac{\delta}{\bar{X}\ or\ M\ or\ Z}$	$Co.of\ \delta = \frac{\delta}{\bar{X}\ or\ M\ or\ Z}$
14.	प्रमाप विचलन (Standard Deviation) Direct Method – $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}}$ Short-Cut Method – $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2x}{N} - \left(\frac{\Sigma dx}{N}\right)^2}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f d^2}{N}}$ $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f d^2x}{N} - \left(\frac{\Sigma f dx}{N}\right)^2}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f d^2}{N}}$ $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f d^2x}{N} - \left(\frac{\Sigma f dx}{N}\right)^2}$
15.	विचरण गुणांक (Co-efficient of Variation) $C.OF\ V. = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$ Variance $= \sigma^2$	$C.OF.V. = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$	$C.OF.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$
16.	सम्बन्ध (Relationship) $6\sigma = 9Q.D = 7.5\delta$	$Q.D = \frac{2}{3}\sigma,\ \delta = \frac{4}{5}\sigma$	$Q.D = \frac{5}{6}\delta,\ \delta = \frac{6}{5}Q.D$
17.	कार्ल पियर्सन का माप (विषमता) (Karl Pearson's Measure of Skewness) $SK = \bar{X} - Z$ or $SK = 3(\bar{X} - M)$	,,	,,
18.	कार्ल पियर्सन का गुणांक (विषमता) (Karl Pearson's Co-efficient of Skewness) $J = \frac{\bar{X} - Z}{\sigma}$ or	$\frac{3(\bar{X} - M)}{\sigma}$	
19.	बाउले का विषमता माप :– $SkQ = Q_3 + Q_1 - 2M$	चतुर्थक विषमता-गुणांक $JQ = \frac{Q_3 + Q_1 - 2M}{Q_3 - Q_1}$	

Unit III

सहसम्बन्ध का आशय (Meaning of Correlation)

सहसम्बन्ध का विवरणात्मक सांख्यिकीय माप है जो दो चरों के मध्य पाये जाने वाले पारस्परिक सम्बन्ध की मात्रा का विवरण प्रदान करता है। कुछ प्रकार के चरों मे पारस्परिक सम्बन्ध पाया जाता है। जैसे - मूल्य तथा मांग उत्पादन तथा रोजगार, मजदूरी तथा मूल्य निर्देशांक आदि चरों मे सम्बन्ध होता है। दिन-प्रतिदिन अनुभव से स्पष्ट होता है कि किस प्रकार विभिन्न तथा पारस्परिक रूप से सम्बन्धित होते हैं।

सहसम्बन्ध की परिभाषा (Definition of Correlation)

डब्ल्यू० आई० किंग के शब्दो मे "सहसम्बन्ध का यह अर्थ है कि दो समंकमालाओं अथवा तथ्य समूहों के कारण व परिणाम का सम्बन्ध पाया जाता है"।

सहसम्बन्ध के प्रकार (Types of Correlation)

सम्बद्ध चरों के मध्य परिवर्तनों की दिशा, अनुपात आदि के आधार पर सहसम्बन्ध निम्नलिखित प्रकारों का हो सकता है।—

i) धनात्मक अथवा ऋणात्मक सहसम्बन्ध (Positive or Negative Correlation)
यदि एक चर - मूल्य भी घटे अथवा एक चर - मूल्य के बढ़ने पर दूसरा चर-मूल्य भी बढ़े तो ऐसा सहसम्बन्ध धनात्मक होता है। मूल्य एवं पूर्ति मे इस प्रकार का सम्बन्ध पाया जाता है।

ii) सरल, आंशिक अथवा बहुगुणी सहसम्बन्ध (Simple, Partial or Multiple Correlation)
स्वतन्त्र एवं आश्रित चर - मूल्यो की संख्या तथा सहसम्बन्ध ज्ञात करने मे निहित तकनीक के आधार पर सहसम्बन्ध सरल, आंशिक अथवा बहुगुणी प्रकार का हो सकता है। दो चर-मूल्यो के सहसम्बन्ध को सरल सहसम्बन्ध कहते हैं।

(iii) रेखीय अथवा अ-रेखीय सहसम्बन्ध (Linear or Non-Linear Correlation)
रेखीय अथवा अ-रेखीय सहसम्बन्ध के मध्य अन्तर का आधार विचारगत चर-मूल्यों के मध्य परिवर्तन अनुपात की नियमितता होती है। यदि दो चर-मूल्यों के मध्य परिवर्तन का अनुपात समान होता है तो उसमे रेखीय सहसम्बन्ध होगा

सहसम्बन्ध का परिणाम (Degree of Correlation)

दो चरो के मध्य सम्बन्ध की घनिष्ठता सहसम्बन्ध गुणांक के अंकात्मक मान जो गणना से निकाला जाता है, के आधार पर ज्ञात की जा सकती है। सहसम्बन्ध गुणांक के आधार पर सहसम्बन्ध की मात्रा का निर्धारण इस प्रकार किया जा सकता है —

1) पूर्ण सहसम्बन्ध (Perfect Correlation) —
यदि दो सम्बन्धित चरो मे बिल्कुल आनुपातिक परिवर्तन होते हैं, तो उनमे पूर्ण सम्बन्ध होता है।

2) सहसम्बन्ध की अनुपस्थिति (Absence of Correlation) —
यदि दो चरो मे निर्भरता विद्यमान न हो अथवा उनमे होने वाले परिवर्तनो

मे कोई सम्बन्ध दृष्टिगोचर न हो तो उन चरों मे सहसम्बन्ध का अभाव होता है।

3. सीमित सहसम्बन्ध (Limited Degree of Correlation)
यदि दो चरो के मध्य असमान परिवर्तन एक ही दिशा मे होते हैं, तो उनमे सीमित धनात्मक तथा असमान परिवर्तन विपरीत दिशाओ मे होने पर सीमित ऋणात्मक सहसम्बन्ध होता है।

सहसम्बन्ध - परिणाम के निर्वचन की तालिका

क्र०सं०	सहसम्बन्ध का परिणाम	धनात्मक	ऋणात्मक
1.	पूर्ण सहसम्बन्ध (Perfect Correlation)	+1	-1
2.	अधिक परिणामीय सहसम्बन्ध (Very high degree of Correlation)	+0.75 तथा +1 के मध्य	-0.75 तथा -1 के मध्य
3.	मध्य परिणामीय सहसम्बन्ध (Moderate Degree of Correlation)	+0.25 तथा +0.75 के मध्य	-0.25 तथा +0.75 के मध्य
4.	निम्न स्तर का (Low Degree)	+0 तथा 0.25 के मध्य	-0 तथा -0.25 के मध्य
5.	सहसम्बन्ध का अभाव (No Correlation)	0	0

बिन्दुरेखीय रीतियाँ (Graphical Method)

1) विक्षेप चित्र अथवा बिन्दु चित्र (Scatter Diagrams)
दो चरो के मूल्य को विशेष चित्र पर आंकित करके उनके मध्य विद्यमान सहसम्बन्ध का अनुमान लगाया जा सकता है। विक्षेप चित्र बनाने के लिये स्वतन्त्र चर मूल्यो (X) को बिन्दुरेखीय पत्र (Graph paper) के भुजाक्ष (X-axis) पर तथा तत्सम्बन्धित आश्रित चर मूल्यों (Y) को कोटि अक्ष (Y-axis) पर प्रांकित किया जाता है। X-श्रेणी तथा Y-श्रेणी से सम्बन्धित दो मूल्यो के लिये एक बिन्दु प्रांकित किया जाता है।

2) साधारण बिन्दुरेखीय रीति (Simple Graphical Method)
बिन्दुरेखा द्वारा भी दो चर-मूल्यो के मध्य सहसम्बन्ध का अनुमान का लगाया जा सकता है। दोनो श्रेणियों को बिन्दुरेखीय पत्र पर प्रांकित करके दोनो दोनो वक्रो की प्रवृत्ति तथा निकटता के आधार पर उनके मध्य विद्यमान सहसम्बन्ध का अनुमान लगाया जा सकता है।

कार्ल पियर्सन का सहसम्बन्ध गुणांक (Karl Pearson's Co-efficient of Correlation)

दोनो चरो के मध्य सहसम्बन्ध का परिणाम ज्ञात करने के लिये व्यापक रूप से प्रयुक्त माप 'सहसम्बन्ध गुणांक' है जिसका संकेताक्षर 'r' है। प्रसिद्ध सांख्यिकीशास्त्री कार्ल पियर्सन जिन्होने 'सहसम्बन्ध विश्लेषण' के अधिकांश सैद्धान्तिक स्वरूप का विकास पिछली शताब्दी के

के अन्तिम भाग मे किया था, ने सहसम्बन्ध ज्ञात करने के लिये एक सूत्र का प्रतिपादन किया है। यह सूत्र इन्ही के नाम से जाना जाता है तथा उसे 'पियर्सन का सहसम्बन्ध गुणांक' कहा जाता है।

$$\boxed{r = \frac{\Sigma dxdy}{\sqrt{\Sigma d^2x \times \Sigma d^2y}}}$$

उदाहरण (Illustration)

पति और पत्नियो की आयु के निम्नलिखित समंको मे कार्ल - पियर्सन का सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिये —

Husband's Age	23	27	28	29	30	31	32	35	36	39
Wives's Age	18	22	23	24	25	26	28	29	30	32

Solution :—

Husband Age (X)	$A_x=30$ $dx=(X-A_x)$	d^2x	Wives's Age Y	$A_y=25$ $dy=(Y-A_y)$	d^2y	$dxdy$
23	−7	49	18	−7	49	+49
27	−3	9	22	−3	9	+9
28	−2	4	23	−2	4	+4
29	−1	1	24	−1	1	+1
30	0	0	25	0	0	0
31	+1	1	26	+1	1	+1
33	+3	9	28	+3	9	+9
35	+5	25	29	+4	16	+20
36	+6	36	30	+5	25	+30
39	+9	81	32	+7	49	+63
N = 10	$\Sigma dx=+11$	$\Sigma d^2x=215$		$\Sigma dy=+7$	$\Sigma d^2y=163$	$\Sigma dxdy=186$

$$r = \frac{\Sigma dxdy}{\sqrt{\Sigma d^2x \times \Sigma d^2y}}$$

$$= \frac{186}{\sqrt{215 \times 163}}$$

$$= \frac{186}{\sqrt{35045}}$$

$$= \frac{186}{187.20} = \underline{+0.99}$$

(High Degree Correlation)

स्पियरमैन की कोटि अन्तर विधि (Spearman's Rank Difference Method)

पदों की अनुस्थिति (Rank) के आधार पर सहसम्बन्ध गुणांक की गणना करने की रीति का प्रतिपादन प्रोफेसर चार्ल्स स्पियरमैन द्वारा सन् 1904 मे किया गया। यह रीति श्रेणी के पदों की अनुस्थिति अथवा क्रम पर आधारित है। पद-मूल्यो के आकार के अनुसार उनकी अनुस्थिति निश्चित की जाती है।

$$\boxed{r = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2-1)} \quad or \quad 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N^3 - N}}$$

उदाहरण (Illustration)

एक सौन्दर्य प्रतियोगिता मे दो जजो ने निम्न 12 कोटियाँ प्रदान की-

Entry	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	
X Judge	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Y Judge	12	9	6	10	3	5	4	7	8	2	11	1	

Solution

Entry	Rank by X	Rank By Y	$X_R - Y_R$ D	D^2
A	1	12	−11	121
B	2	9	−7	49
C	3	6	−3	9
D	4	10	−6	36
E	5	3	+2	4
F	6	5	+1	1
G	7	4	+3	9
H	8	7	+1	1
I	9	8	+1	1
J	10	2	+8	64
K	11	11	0	0
L	12	1	+11	122
N=12				$\Sigma D^2 = 416$

$$r = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N^3 - N}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 416}{12^3 - 12}$$

$$= 1 - \frac{2496}{1716}$$

$$= 1 - 1.455$$

$$= -0.455$$

$$\boxed{r = -0.455}$$

Unit IV

निर्देशांक का अर्थ एवं परिभाषा (Meaning and Definition of Index Number)

निर्देशांक एक विशिष्ट प्रकार के माध्य होते है। इनका प्रयोग सामान्य मूल्य स्तर की प्रवृत्ति की माप तक ही सीमित नही है, बल्कि जीवन स्तर, उत्पादन, राष्ट्रीय आय, औद्योगिक क्रियाएं, उत्पादकता आदि जिनकी प्रत्यक्ष माप सम्भव नही होती है, की सापेक्ष माप के लिये भी निर्देशांको की सहायता ली जाती है। इस प्रकार निर्देशांक ऐसी संक्षिप्त माप है, जो सम्बन्धित पद-समूहो के मध्य सापेक्ष तुलना करती है। निर्देशांक समय या स्थान मे होने वाले मूल्यो के सापेक्ष तथा निरपेक्ष परिवर्तनो की माप करना है।

क्रॉक्सटन तथा काउडेन के अनुसार, "निर्देशांक एक समूह के सम्बन्धित चर मूल्यों के आकार मे होने वाले अन्तरो का मान करने की विधि है"।

निर्देशांको के उद्देश्य, महत्व एवं उपयोग (Purpose, Importance and Uses of Index Numbers)

ऐतिहासिक रूप से, मूल्यो के परिवर्तनों का मापना सर्वाधिक महत्व का परिवर्तन-मापन रहा है। मूल्यो मे परिवर्तन अर्थव्यवस्था के मूल्य स्तर के उच्चावचनो को प्रतिबिम्बित करता है और मुद्रा की क्रय शक्ति मे होने वाले परिवर्तन को इंगित करता है। निर्देशांको के प्रमुख उद्देश्य एवं उपयोग अग्र प्रकार है—

1) परिवर्तनो को मापना, 2) मुद्रा की क्रय शक्ति को मापना, 3) नीति निर्माण मे सहायता, 4) प्रवृत्तियो के अध्ययन मे सहायक, 5) विभिन्न मूल्यो को अवस्फीति करने मे सहायक।

निर्देशांको के प्रकार (Kind of Index Number)

किसी भी निर्देशांक की उपयोगिता इस बात पर निर्भर करती है, कि वह किस प्रकार के प्रश्नो का उत्तर प्रस्तुत करता है। प्रत्येक निर्देशांक की रचना एक विशेष उद्देश्य के लिये की जाती है और यह उद्देश्य ही होता है जो उसकी रचना-विधि का निर्धारण करता है। मुख्य रूप से चार प्रकार के निर्देशांक होते हैं—

1.) मूल्य निर्देशांक, 2) परिणाम या मात्रा निर्देशांक, 3) कुल मूल्य निर्देशांक, 4) विशेष उद्देशीय निर्देशांक।

निर्देशांको की रीति (Method of Constructing)

निर्देशांको का आधार वर्ष चुनने मे कुछ अन्य तथ्यों को भी विचारगत करना पड़ता है। यदि अन्य विद्यमान निर्देशांको का एक निश्चित आधार

वर्ष हो तो तुलना करने की सुविधा के लिये उसी वर्ष को निर्देशांक का आधार वर्ष चुनना उचित होता है। आधार वर्ष निम्न प्रकार का हो सकता है —

1) स्थिर आधार नीति 2) औसत आधार नीति, 3) श्रृंखला आधार नीति।

निर्देशांक रचना की विधियाँ

निर्देशांक / सूचकांक रचना की विधियां
Method of Contructing Index Number

- एक चर / वस्तु के लिये।
  For a Single Variable / Item
  - स्थिर आधार विधि
    Fixed Based Method
  - श्रृंखला आधार विधि
    Chain Base Method
- चर / वस्तुओं समूह के लिये।
  For a Group of Variable Item
  - सरल या अभारित रीति
    Simple or Unweighted Method
    - सरल मूल्यानुपात माध्य रीति
      Simple Average of Relative Method
      - स्थिर आधार
        Fixed Base
      - श्रृंखला आधार
        Chain Base
    - सरल समूही रीति
      Simple Aggregative Method
  - भारित रीति
    Weighted Method
    - उपभोक्ता मूल्य सूचांकांक
      Consumer Price Index No.
      - भारित मूल्यानुपात माध्य रीति या पारिवारिक बजट रीति
        Weighted Average of Relative Method or Family Budget Method
      - भारित समूही रीति या सामूहिक व्यय रीति
        Weighted Aggregative Method or Aggregative Expenditure Method
    - अन्य विधियाँ
      Other Method
      1) लेसपियर विधि
      2) पाश्चे विधि
      3) मार्शल एजवर्थ
      4) डार्बिश व बाउले विधि
      5) फिशर सूचकांक (Fisher Index No)

उदाहरण (Illustration)

निम्नलिखित समंको से निर्देशांको की रचना कीजिये —
(i) 2016 को आधार वर्ष मानकर, (ii) 2021 को आधार वर्ष मानकर

वर्ष (Year)	2016	2017	2018	2019	2020	2021
मूल्य (Price) ₹	50	70	60	40	60	80

Solution

$$\text{fisher Base Index No.} = \frac{\text{Current year}}{\text{Base year}} \times 100, \text{ or } \frac{P_1}{P_0} \times 100$$

(i) 2016 as Base year			(ii) 2021 as Base year		
year	Price	Index No.	year	Price	Index No
2016	50	$\frac{50}{50} \times 100 = 100$	2016	50	$\frac{50}{80} \times 100 = 62.5$
2017	70	$\frac{70}{50} \times 100 = 140$	2017	70	$\frac{70}{80} \times 100 = 87.5$
2018	60	$\frac{60}{50} \times 100 = 120$	2018	60	$\frac{60}{80} \times 100 = 75$
2019	40	$\frac{40}{50} \times 100 = 80$	2019	40	$\frac{40}{80} \times 100 = 50$
2020	60	$\frac{60}{50} \times 100 = 120$	2020	60	$\frac{60}{80} \times 100 = 75$
2021	80	$\frac{80}{50} \times 100 = 160$	2021	80	$\frac{80}{80} \times 100 = 100$

नीचे दिये हुए समंको से (a) लेसपियर सूत्र, (b) पाश्चे सूत्र एवं, (c) फिशर के सूत्र का प्रयोग करते हुए मात्रा निर्देशांक ज्ञात कीजिये।

Items मदें	आधार वर्ष (Base year)		चालू वर्ष (Current year)	
	मूल्य	मात्रा	मूल्य	मात्रा
A	50	5	100	5.6
B	30	10	40	12.0
C	40	6	60	6.0
D	110	3	140	2.4
E	70	4	100	3.6

महत्वपूर्ण सूत्र (Importance Formulas)

1) मूल्यानुपातों का भारांकित माध्य विधी (Weighted Average of Relative Method)

$$\text{Index Number} = \frac{\Sigma WPR}{\Sigma W}$$

$$\text{PR (Price Relative)} = \frac{\text{वर्तमान वर्ष का मूल्य}}{\text{आधार वर्ष का मूल्य}} \times 100 \text{ or } \frac{P_1}{P_0} \times 100$$

2) आधार वर्ष की मात्रा के अनुसार भारांक (Base period Quantities as Weights)

$$\text{Index Number} = \frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \times 100$$

Here;

- P_1 = Price of the Current year.
- P_0 = Price of Base year.
- q_0 = Quantity of the Base year
- q_1 = Quantity of the Current year

3) वर्तमान वर्ष की मात्रा के अनुसार भारांक (Current year's Quantities as Weights)

$$\text{Index Number} = \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_0} \times 100$$

4) मार्शल - एजवर्थ की विधि (Marshall-Edgeworth's Method)

$$\text{Index Number} = \left\{ \left(\frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} + \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1} \right) \div 2 \right\} \times 100$$

5) फिशर की विधि (Fisher's Method)

$$\text{Index Number} = \sqrt{\frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} * \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1}} \times 100$$

6) लास्पेयर विधि (Laspeyre Method)

$$\text{Index Number} = \frac{\Sigma P_1 q_0}{\Sigma P_0 q_0} \times 100$$

7) पाश्चे विधि (Passche Method)

$$\text{Index Number} = \frac{\Sigma P_1 q_1}{\Sigma P_0 q_1} \times 100$$

Solution :-

Item	Price p_0	Qty q_0	Price p_1	Qty q_1	p_0q_0	p_1q_1	p_0q_1	p_1q_0
A	50	5	100	5.6	250	560	280	500
B	30	10	40	12	300	480	360	400
C	40	6	60	6	240	360	240	360
D	110	3	140	2.4	330	336	264	420
E	70	4	100	3.6	280	360	252	400
					Σp_0q_0 1400	Σp_1q_1 2096	Σp_0q_1 1396	Σp_1q_0 2080

i) Laspeyre's Method $= \dfrac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0} \times 100 = \dfrac{2080}{1400} \times 100 = \underline{148.57}$

ii) Passche's Method $= \dfrac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_1} \times 100 = \dfrac{2096}{1396} \times 100 = \underline{150.14}$

iii) Fisher's Method $= \sqrt{\dfrac{\Sigma p_1q_0}{\Sigma p_0q_0} \times \dfrac{\Sigma p_1q_1}{\Sigma p_0q_1}} \times 100$

$$= \sqrt{\frac{2080}{1400} \times \frac{2096}{1396}} \times 100$$

$$= \sqrt{1.49 \times 1.50} \times 100$$

$$= \sqrt{2.235} \times 100$$

$$= 1.49 \times 100$$

$$= \underline{149}$$